

Description du projet PSYCO

Le projet PSYCO (Combinatoire : permutations et fonctions symétriques) est un projet regroupant cinq jeunes chercheurs en combinatoire algébrique. Quatre d'entre eux sont membres permanents du LaBRI (Laboratoire Bordelais de Recherche en Informatique), et le cinquième est actuellement post-doc à Vienne. Le coordinateur du projet, et par ailleurs le plus âgé du groupe, est Jean-Christophe Aval, Chargé de Recherche CNRS au LaBRI depuis 2004. Un petit groupe de chercheurs en combinatoire algébrique s'est constitué ces dernières années à Bordeaux, à l'intérieur de l'équipe de combinatoire du LaBRI, internationalement renommée, et cette proposition de projet entend l'aider à se développer. Ce projet est petit par sa taille, mais grand par ses ambitions. Ses objectifs sont essentiellement de venir à bout de problèmes difficiles en combinatoire algébrique. Le projet est organisé autour de trois thèmes de recherche principaux :

- 1) Le premier est l'étude des tree-like tableaux (TLT) qui sont un nouvel avatar des tableaux de permutation. Ces derniers, définis par A. Postnikov, ont prouvé leur pertinence dans l'étude du modèle PASEP de physique théorique. Les TLT, introduits récemment par des membres du projet PSYCO, jouissent de deux atouts majeurs : un algorithme d'insertion, à la fois simple et paramétrable qui a déjà montré sa force d'un point de vue combinatoire, et une structure arborescente sous-jacente et naturelle dont la portée algébrique est à découvrir.
- 2) Le second thème est l'étude des fonctions définies sur les diagrammes de Young. Il apparaît dans des travaux de Kerov et Olshanski sur les caractères des groupes symétriques. Depuis quelques années, le sujet a pris une teinte combinatoire, avec notamment l'interprétation de certaines quantités comme nombre de graphes dessinés sur des surfaces. Récemment, à partir d'une exploration informatique, M. Lassalle a proposé des conjectures concernant les polynômes de Jack et rentrant dans ce contexte. Donner une preuve combinatoire de ces conjectures est un problème prometteur. En effet, cela donnerait un point de vue combinatoire entièrement nouveau sur les polynômes de Jack.
- 3) Le troisième et dernier thème concerne l'espace des coinvariants diagonaux. Ce domaine, qui a généré une vive activité de recherche ces deux dernières décennies, a connu une nouvelle avancée très récemment avec la découverte par F. Bergeron de formules universelles (ie. ne dépendant pas du nombre d'alphabets) pour décrire les séries de Hilbert et de Frobenius des coinvariants diagonaux. Cette découverte implique de remarquables conjectures, intéressantes tant d'un point de vue algébrique que combinatoire.

Afin d'attaquer ces objectifs ambitieux, le projet PSYCO se structure en trois tâches homogènes, transverses et fortement connectées.

- La Tâche 1 travaille sur les graphes, les arbres, les ensembles partiellement ordonnés, objets-clés de plusieurs objectifs du projet.

- La Tâche 2 se concentre sur l'étude des mots, des permutations, des chemins, des fonctions de parking (word-like objects).
- La Tâche 3 est centrée sur le groupe symétrique, ses invariants et coinvariants polynomiaux, ses représentations.